

Histoire des longueurs

2

Les longueurs

Avant l'Antiquité

Tout a commencé il y a fort longtemps, au début de cette période dite d'agriculture et d'élevage. Nous étions entrés dans le cycle de la vie normale. Nous n'en étions plus au stade de la survie obtenue à force de cueillettes et de chasses.

Nous avons été amenés, en ces temps là, à inventer des mesures de longueurs, tout simplement parce que nous étions bien obligés de connaître les dimensions de nos champs et de nos pâtures, et les distances qui séparaient deux fermes.

Pour faire ces mesures, nous avons utilisé la première chose que nous avons sous la main, c'est-à-dire, là encore, le double-pas. Cette unité était facile à utiliser, et son ordre de grandeur convenait parfaitement.

Cette longueur est de 126 cm chez votre serviteur, qui semble avoir une constitution générale normale. Il s'agit d'une moyenne, calculée après plusieurs parcours sur divers terrains, en regardant où je mettais les pieds. Précision importante, parce que d'autres mesures faites dans la rue, en étant bien chaussé et en regardant droit devant moi, donnent un résultat nettement supérieur (dans les 150 cm). Il semble que le fait de regarder où on met le pied, donc en baissant un peu la tête, amène à écourter la longueur des pas, comme si cette attitude empêchait physiquement de lancer le pied en avant, bien franchement.

Donc une première unité de longueur usuelle : le double-pas, de 126 cm.

A côté de ces parcelles agricoles, nous avons construit nos habitations, nos granges, nos étables et nos écuries. Nous avons commencé à nous meubler. Nous nous sommes lancés dans la fabrication d'objets, pour laquelle cette première unité ne convenait pas. Nous avons alors inventé une unité plus petite, qui nous est venue à l'esprit aussi simplement que la première.

Nous voulions, par exemple, prendre la hauteur d'un élément de nos bâtisses que nous appellerons plus tard une fenêtre, pour fabriquer ce que nous appellerons plus tard un volet. Nous agissions comme suit, et il est probable qu'actuellement chacun agirait spontanément de la même manière s'il avait oublié son mètre.

Nous nous installions face à la fenêtre. Nous posions notre main gauche verticalement, paume ouverte vers nous, les doigts joints et l'auriculaire allongé, et le dos de la main appuyée sur le bois debout. Comme sur le schéma, nous posions dessus notre paume droite, tête bêche avec la gauche, et de telle sorte que les lignes de jonction des doigts aux paumes aillent dans le prolongement l'une de l'autre (On a tendance à placer ainsi les mains par réflexe d'ailleurs pour obtenir à chaque fois une hauteur de deux mains constante).



Et nous faisons monter nos mains en alternance, en appliquant celle du dessous avec force contre le bois debout pour qu'elle ne cède pas sous le poids de l'autre. Nous trouvons par exemple 9 paumes et 3 doigts, soit 39 doigts.

Cette épaisseur de doigt est de 2,1 cm chez votre serviteur. Là également, valeur retenue après de nombreuses mesures de divers éléments constituant l'environnement classique d'un homme normal.

C'est ainsi que sont nées nos deux premières unités de longueur : le double-pas et le doigt.

Bien sûr, nous avons senti le besoin de connaître la correspondance entre ces deux unités. Eh bien, il se trouve qu'entre le double-pas et le doigt existe un rapport de 60.



Ainsi donc, nous, actuellement, il n'y a pas lieu, aujourd'hui, d'être surpris devant les calculs que nous avons adoptés au tout début, aux temps où nous n'étions que des paysans des bords du Tigre et de l'Euphrate, ou bien des habitants de Sumer ou de Babylone. Il n'y a pas lieu de penser que, comme le disent les encyclopédies actuelles, le système d'alors, dit « à base 60, ou plutôt basé sur l'association du système décimal et du système sexagésimal », était sans doute le résultat d'une profonde réflexion scientifique ou intellectuelle, laquelle nous aurait fait découvrir, en ces temps anciens, que « 60 possède 10 diviseurs alors que 100 n'en a que 8, et qu'il est, de ce fait, beaucoup plus intelligent de l'utiliser ». Nous n'avions fait que constater bêtement un état de fait entre nos deux premières unités de mesure de longueur.

Aussi, lorsque la longueur d'une table était de 85 doigts par exemple, c'est-à-dire un double-pas plus vingt-cinq doigts, écrivions-nous : « 1 25 ».

Et nous avons alors tenu compte de cette multiplicité 60 pour les mesures plus élaborées. En effet, Lorsque nous avons eu à résoudre des problèmes faisant coexister des longueurs avec des mesures de temps, nous avons choisi ces dernières de telle sorte que les calculs soient simples. Il fallait en effet choisir l'heure et la minute de telle sorte, par exemple, qu'une production de tissu de 3 doigts à la minute soit égale à une production de 3 doubles-pas à l'heure. D'où notre choix du rapport 60, également, entre les unités de temps.

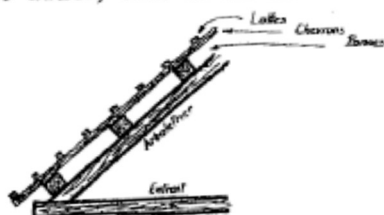
C'est pourquoi, dans ces temps très anciens, nous utilisions le système sexagésimal pour toutes les mesures (longueurs, temps, etc.), mais nous utilisions le système décimal pour tout ce qui est comptabilité (veaux, vaches, cochons, etc.).

Rappelons-nous donc ceci avant de voir la suite : d'abord le doigt (dans les 2,1 cm chez l'homme moyen) et le double-pas (dans les 126 cm, pieds nus), et un rapport de 60 entre les deux. C'est de ces deux unités, disparues maintenant, que proviennent toutes les autres unités utilisées dans l'antiquité.

Dans l'Antiquité

Le pied romain.

Comme nous le disions tout à l'heure, nous avons d'abord construit nos fermes et nos granges. Dans ces bâtisses, un des problèmes à résoudre, entre autres, était la fabrication des charpentes. Nous les avons vite construites selon les techniques toujours en cours, avec des fermes, des entrails et des arbalétriers, surmontés de pannes, de chevrons et d'un lattis.



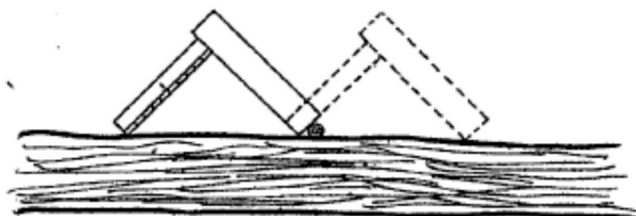
Toute personne ayant tâté de la charpente sait très bien que les bois n'ont pas à être rigoureusement rectilignes. Par contre, ils doivent être, pour chaque catégorie, d'épaisseur constante.

Aussi, le premier instrument de mesure que nous avons inventé a-t-il été l'équerre de menuisier (qui rend « menu », étymologiquement). Elle était composée d'un bois assez costaud, associé à un bois plus fin, tous deux de même longueur intérieure. Le bois fin était gradué (10 doigts). Cette équerre était utilisée pour marquer de longs tracés et obtenir ainsi des bois de section constante.



Lorsqu'on voulait mesurer la longueur de ces éléments de charpente, on utilisait encore cette équerre. Mais vous imaginez bien que celle-ci, très pratique pour les épaisseurs, était alors mal commode : poser à plat la partie fine, faire un tracé à dix doigts, reposer plus loin, retracer, et ainsi de suite, avec le risque de glissement à chaque fois.

Il nous est alors venu l'idée de mettre l'équerre debout, et de mesurer avec son hypoténuse. Ainsi, deux points seulement posent sur la surface du bois. Ils y sont presque plantés et il n'y a pas de risque de glissement. Il n'y a aucun tracé à effectuer entre deux reports. Il suffit en effet de placer son index en bout d'équerre, lors de chaque mesure, pour avoir un bon point de départ pour la mesure suivante (en pointillé).



Parlons chiffres maintenant. Nous disions tout à l'heure que le doigt était de 2,1 cm. Notre équerre de 10 doigts mesurait donc 21 cm. Son hypoténuse mesurait donc dans les 29,7 cm. Or, dans l'Antiquité, les Romains avaient choisi une unité de longueur qu'ils avaient appelée le pied, et qui faisait 29,7 cm. Aucun élément n'a été avancé expliquant le choix d'une telle longueur. Cette lacune serait-elle ici comblée ?

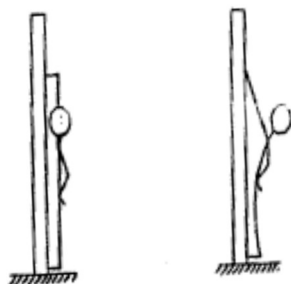
Petit aparté : il existe toujours, dans le commerce, des équerres de ce type, à bois fort et à bois fin (ou plutôt en métal, maintenant). Le bois fort est plus court, dans les 10 cm, pour une question d'économie sans doute. Mais le bois fin, gradué, est toujours de 21 cm. Pourquoi pas 20 ?

L'orgyie.

On peut lire, dans des ouvrages fort documentés, qu'il existait une mesure très ancienne qui s'appelait l'orgyie, du grec signifiant « atteindre ». Cette unité valait 2,12 m, soit 100 doigts, à peu de choses près.

Actuellement, certaines personnes désirant équiper un bâtiment, et qui, comme toujours lors de leur première visite, ont oublié leurs mètres dans leurs voitures, agissent comme suit pour juger de la hauteur intérieure d'un local.

Mettez-vous contre un mur, face à lui, tout contre. Levez haut le bras. Posez les bouts de vos doigts d'équerre, puis penchez-vous légèrement en arrière. Repérez l'endroit touché par vos doigts. Reculez de quelques pas, tout en ne le quittant pas des yeux. C'est alors que vous pouvez mieux estimer la hauteur totale du mur.



Vérifiez : la trace de vos doigts sur le mur est à 212 cm du sol (si vous êtes de taille normale).

Mais vous l'auteur, ...

Etes-vous sûr que tout cela se soit réellement passé ainsi ? Ces doubles-pas et ces doigts d'avant l'Antiquité ont-ils vraiment existé ? Et sont-ils bien à l'origine de ces pieds romains et orgyies de l'Antiquité ? Ces dernières unités n'auraient-elles pas pu naître spontanément, ou par un autre biais ?

Apparemment (je dis bien apparemment, voir plus loin), aucune étude ne fait état, en effet, de l'existence de ces toutes premières unités que je présente, et que sont ce double-pas de 126 cm et de ce doigt de 2,1 cm.

Oui mais voilà ...

- Ces unités sont si naturelles, et si pratiques quand on n'a rien d'autre sous la main. N'importe quel bricoleur, nu si j'ose dire, les inventerait spontanément.
- Elles donnent une explication aux valeurs de ce pied et de cet orgyie antiques, alors qu'aucune n'existe actuellement ; et une explication simple.
- Elles donnent également une explication à la multiplicité 60. Là aussi, une explication simple, loin de toute réflexion mathématique raisonnée.

Et puis, il y a également ceci :

Il existe sur le littoral de la Mer Noire, en Crimée, divers sites archéologiques datant du 4^e siècle avant J.C., et montrant comment étaient constitués les lotissements de terres agricoles à cette époque (*Cadastrés et espace rural*, éditions du CNRS, mai 1980, pages 90 et suivantes). Il s'agit des sites de Kalos Limen, d'Héraclée et de Majacnyj, dont l'examen minutieux par des chercheurs soviétiques serait, de l'avis des spécialistes du CNRS, la plus instructive des études sur les techniques d'arpentage adoptées en ces temps anciens.

Or, dans cette étude, les diverses parcelles, carrées ou rectangulaires, présentent des dimensions qui sont des chiffres ronds de nos doubles-pas et de nos doigts. On peut être étonné de l'utilisation du doigt ici, mais peut-être existait-il déjà des multiples, genre déca, hecto, kilo. Le site d'Héraclée par exemple, fait 630 m (c'est-à-dire 500 doubles-pas) sur 420 m (20 000 doigts). La plus petite parcelle est de 210 m sur 52,5 m (soit 10 000 doigts sur 2 500 doigts). Quant aux autres parcelles de ce site, elles présentent, toutes, ce même genre de caractère.

Et il en est de même sur les deux autres sites.

Bon d'accord. Admettons.

Mais que faites-vous alors de la coudée égyptienne, sorte de règle plate graduée, longue d'environ cinquante centimètres et comportant un certain nombre de divisions et de subdivisions, que l'on nous présente comme l'autre base de toute mesure de longueur ?

Justement. Parlons-en !

La mesure des hauteurs

Normalement, les premières unités que nous avons inventées, à savoir le doigt et le double-pas, auraient dû être suffisantes, et il n'y avait aucune raison pour en inventer une troisième du même ordre de grandeur. Et pourtant, ce fut le cas.

- *La coudée égyptienne*

L'instrument

Certains exemplaires de cet instrument « coudée » ont été retrouvés et sont exposés dans divers musées. Celui du Louvre se présente comme suit :

- C'est une règle en bois, longue de 52,5 cm (longueur d'une coudée), et de section 3,6 cm x 2,5 cm environ.
- Elle est divisée en 28 parties, chacune de 1,875 cm.
- Ses divisions sont subdivisées : la première (à droite) est subdivisée en deux, la deuxième en trois, etc...



Son utilisation

La coudée était utilisée principalement pour mesurer des hauteurs. Les phrases suivantes, extraites des *Sept merveilles du monde* de Jean-Pierre Adam, ou du dictionnaire Littré, le montrent bien :

- Diodore dit des jardins de Babylone : *Les murs ont 22 pieds d'épaisseur, les portes ont 10 pieds de largeur, la colonne la plus haute est de 50 coudées.*

- Philon de Bysance dit de la pyramide de Khéops : *Sa hauteur est de 300 coudées, son périmètre de 6 stades.*

- Plin dit du mausolée d'Halicarnasse : *Son périmètre est de 440 pieds, sa hauteur est de 25 coudées.* Il dit également du colosse de Rhodes : *70 coudées de haut.*

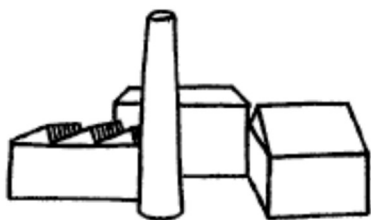
- L'empereur Julien indique dans un de ses écrits, qu'à une certaine date *la hauteur du débordement du Nil a été de 15 coudées*, et dans un autre, que *la hauteur de la Minerve de Phidias est de 26 coudées. Elle tient d'une main la lance, et de l'autre une victoire haute de 4 coudées.*

Etant donné cette particularité de n'être utilisée que pour les hauteurs, cette coudée a peut-être été inventée en son temps comme le fut récemment cet autre instrument : la « règle debout ».

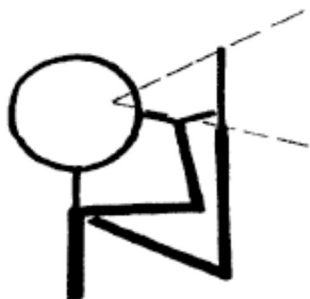
La règle debout

Dans les années 1970, les grandes chaufferies industrielles, ou les chaufferies collectives comme celles des grands bâtiments d'organismes parapublics, HLM ou administrations, étaient l'objet d'importants travaux. Elles ne devaient plus fonctionner au charbon, mais au fioul ou au gaz. Ce genre de transformation entraîne obligatoirement une étude sur la cheminée existante. Les dimensions principales de celle-ci, son diamètre et sa hauteur entre autres, sont-elles suffisantes pour évacuer correctement les fumées du nouveau combustible ?

Autant il est facile de se rendre compte de la hauteur d'une cheminée d'un immeuble d'habitation, en donnant à chaque étage une hauteur de trois mètres, autant il est quasi impossible de juger correctement de celle d'une cheminée d'usine, isolée, ou entourée de divers ateliers dont les hauteurs sont également inconnues. Un technicien du bâtiment a résolu ce problème avec uniquement sa règle de bureau, plate, graduée en centimètres, et de 40 cm de long environ.



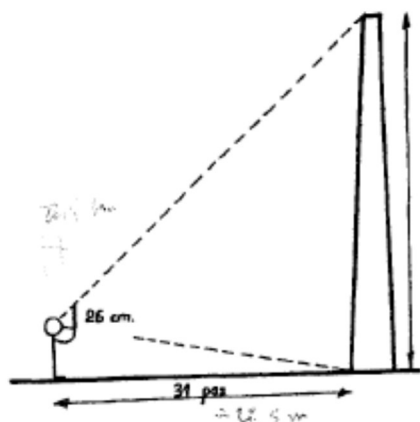
Il se mettait à une certaine distance de la cheminée, à trente-un pas simples. Il se tournait vers elle, puis, tout en mettant sa main droite en empan (c'est-à-dire qu'il en écartait fortement tous les doigts, de telle sorte que l'extrémité de son pouce et celle de son auriculaire soient à leur distance maximale), il en plaçait le pouce au bout de son nez. La première fois que je le vis faire, cela m'a fait un peu sourire, à cause de son petit côté pied de nez (si on veut d'ailleurs, parce que sa main était couchée et non debout, et les doigts intermédiaires fermés), mais la suite me laissa bouche bée.



De sa main gauche, il présentait alors verticalement sa règle plate contre l'extrémité de son petit doigt. Puis, en la gardant bien droite, il la glissait vers le haut jusqu'à ce que le zéro de la règle coïncide avec le sommet de la cheminée.

Il lisait alors la graduation contre son petit doigt. Il lisait par exemple 26 cm. Il disait alors que la cheminée avait une hauteur de 26 m. (Pour le cas où vous vous poseriez la question, je peux vous assurer que ce type de mesure se révélait généralement bien suffisant pour savoir si la cheminée convenait ou non pour le nouveau combustible).

Pourquoi 31 pas ?
 Simplement parce que ce technicien avait mesuré que, chez lui, 31 pas simples égalaient 22,5 m. Et comme il avait mesuré également que la règle ainsi posée se trouvait à 22,5 cm de son œil, il pouvait parler en mètres lorsqu'il lisait des centimètres.



Eh bien, dans l'Antiquité, il est probable que nous mesurons la hauteur des monuments avec l'instrument coudée, comme le fait actuellement ce technicien avec sa règle plate.

Maintenant, la question est : à quelle distance nous mettions-nous ? Et comment en sommes-nous venus, dans les temps anciens, à fabriquer cet instrument de 52,5 cm de long, divisé en 28 parties, chacune de 1,875 cm ?

Avant la règle, la main

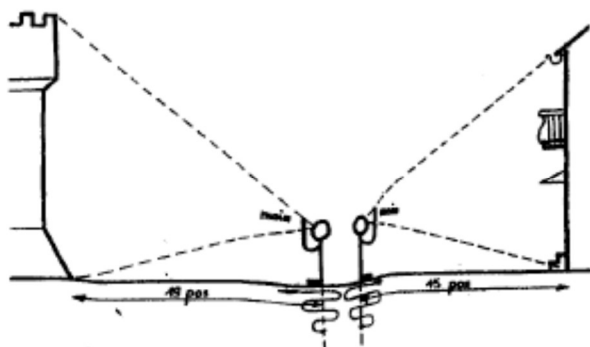
Ce technicien en bâtiment m'avoua qu'avant d'utiliser une règle graduée, il s'y prenait autrement. Il utilisait sa main gauche.

« Si tu présentes ta main gauche comme ci-contre, devant tes yeux, au bout de l'empan de ta main droite, tu remarqueras qu'elle est capable de couvrir entièrement n'importe quel bâtiment en jouant sur la distance qui t'en sépare...

« De ce fait, si tu désires comparer les hauteurs de deux bâtiments, tu peux t'y prendre comme suit. Place-toi d'abord devant l'un d'eux ; vise-le comme je viens de



le dire, et arrange-toi, en te rapprochant ou en t'éloignant, pour que ta main en recouvre la totalité. Tu comptes ensuite le nombre de pas simples jusqu'à ce premier bâtiment ; tu trouves 19 pas par exemple. Tu fais la même chose avec l'autre ; tu trouves 15 pas par exemple. Tu sais lequel des deux est le plus haut ».

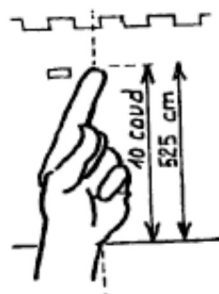


Le lendemain, chez moi

Il y a dans mon jardin un mur assez haut. Un jour, je me suis adossé à sa base, puis je m'en suis éloigné de dix pas simples...

Je faisais des pas simples « à l'ancienne », c'est-à-dire de 63 cm, parce que j'étais chaussé d'espadrilles et que je regardais où je mettais les pieds. Et pourquoi 10 ? Parce que ça me semblait la chose la plus naturelle du monde. Demandez à quelqu'un de s'écarter d'un bâtiment en comptant ses pas, il s'arrêtera au bout de dix pas et vous dira : « Je suis à dix là... Ca te suffit ? ».

Puis je me suis retourné. J'ai placé ma main gauche debout à un empan de mon nez comme sur le schéma ci-après, le point bas au pied du mur, et j'ai repéré le point sur le mur au bout de mon index. Et j'ai mesuré ensuite la hauteur de ce point à partir



du sol, à l'aide d'une perche et d'un mètre.

Et là, stupeur ! J'ai trouvé 525 cm... (525 pile, quasiment, et plusieurs fois), c'est-à-dire 10 fois la coudée égyptienne.

J'ai refait la même chose, non plus avec ma main debout, mais avec ma règle plate transparente sur laquelle j'avais marqué, au mieux, une division de 1,875 cm. Et là également, stupeur !

Ce 1,875 cm à un empan de mon œil couvrait, sur mon mur à dix pas, une hauteur de 52,5 cm, c'est-à-dire la longueur d'une coudée (aux incertitudes de visée près, évidemment).

Extrapolation

Eh bien il est probable que nous avons procédé comme suit, finalement, dans la très haute Antiquité.

Nous avons d'abord inventé cette sorte de système avec main gauche. La hauteur nous était donnée en comptant le nombre de pas simples que nous étions obligés de faire à tâtons.

Puis nous avons fabriqué l'instrument, avec un bois gradué. Nous nous plaçons à dix pas juste, et la hauteur nous était donnée en regardant la graduation.

Graduation que nous avons judicieusement choisie pour que les résultats soient les mêmes que ceux obtenus avec la main.

Et c'est probablement lors des premières mesures faites avec cette main gauche que nous avons inventé le mot *coudée*. Parce que nous comptons une longueur sur le sol, horizontale, et non pas sur une verticale. En effet, le mot *coudée* vient du latin *cubitus*, qui, en premier lieu, signifie *couché*.

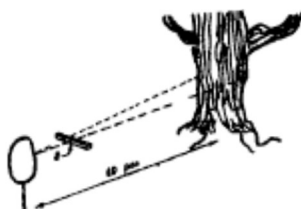
Les grandes hauteurs aussi

Notre instrument ne comporte que 28 divisions. Si jamais, placé à dix pas, on se rend compte que l'instrument est trop court, il suffit de se mettre à vingt pas par exemple (ou plus), et de multiplier le résultat par deux (ou plus).

Les largeurs aussi

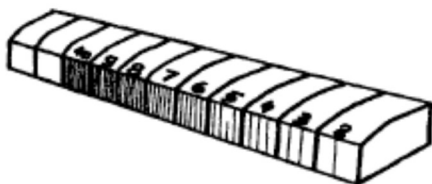
Il existe quelques cas où la coudée était utilisée pour autre chose que pour les hauteurs. Quinte-Curce, par exemple, dit que les jardins de Babylone disposaient d'arbres énormes dont les troncs avaient 8 coudées d'épaisseur.

Il a probablement fait cette mesure par visée, avec une coudée, comme sur le schéma ci-contre. En somme, on peut dire que toute grandeur d'un objet vu de face – difficile à atteindre ou à mesurer par contact – pourra être suffisamment estimée en le visant avec une coudée.



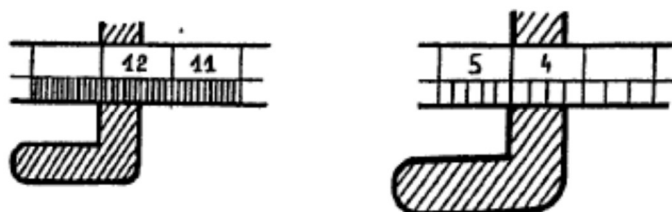
Les subdivisions

Il fut apporté un dernier perfectionnement à cet instrument : les petites subdivisions en 2, puis en 3, puis en 4, etc. jusque 16 (subdivisions fort délicates à dessiner, nous indiquons plus loin comment s'y prendre).



Vous voulez mesurer la hauteur du colosse de Rhodes (70 coudées selon Pline), mais il se trouve que vous ne pouvez pas vous placer à dix pas (encombres, difficulté d'accès etc.). Il se trouve même que, placé n'importe où, vous ne pouvez pas aller à pied jusque sa base, et connaître ainsi la distance.

Là où vous êtes, vous visez la cheville du colosse avec votre coudée, placée horizontalement cette fois-ci. Vous trouvez que cette cheville couvre, par exemple, 7 subdivisions de la partie marquée 12 (schéma de gauche).



Vous avancez ensuite de 10 pas. Vous trouvez maintenant que la largeur de la cheville couvre 3 subdivisions de la partie marquée 4 (schéma de droite).

Les distances qui vous séparent du colosse, avant et après votre avance de dix pas (appelons $D+10$ la première et D la seconde), sont en rapport avec ces valeurs de trois quarts et sept douzièmes, selon :

$$D+10 \text{ multiplié par } 7 / 12 = D \text{ multiplié par } 3 / 4.$$

D est égal à 35 pas simples.

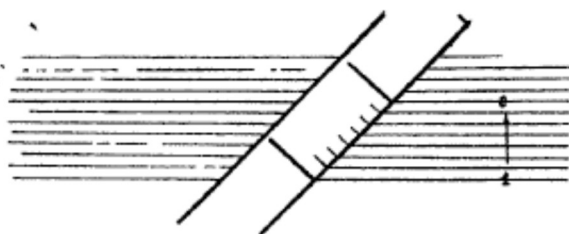
Vous vous trouvez donc maintenant à 35 pas du colosse.

Maintenant, bien que vous ne soyez pas à 10 pas, vous visez sa hauteur. Vous trouvez 20 divisions par exemple. La valeur réelle de la hauteur est 20 multiplié par $35 / 10$. Soit 70 coudées.

Avec ce système de subdivisions, vous imaginez bien les informations que l'on peut tirer de cet instrument. Comme, par exemple, connaître au mieux la hauteur et la largeur de la porte principale d'une ville assiégée, sans être obligé de s'en

Subdiviser

Pour dessiner correctement les subdivisions, les anciens agissaient probablement ainsi : ils traçaient sur une feuille un ensemble de parallèles bien fines, équidistantes d'un millimètre par exemple ; ils plaçaient dessus la coudée de biais, de telle sorte que la division de la coudée (1,875 cm), à subdiviser en sept par exemple, ait ses extrémités respectivement sur la première parallèle et sur la huitième. En face de chaque parallèle du papier, ils traçaient un trait sur la coudée.



Cette manière de faire est une application du théorème de Thalès, sur les parallèles et leurs sécantes. Théorème qui ne parut qu'au sixième siècle avant J.C., alors que la coudée est un instrument qui existait déjà quelques deux à trois mille ans avant. Il faut bien savoir que la plupart des principes mathématiques et géométriques des grecs ne sont que (nous schématisons, bien sûr) des mises sur papier de trucs qui étaient déjà connus depuis longtemps ; mais mises sur papier plus approfondies (on le voit bien ici d'ailleurs : les anciens n'utilisaient que des parallèles équidistantes, alors que Thalès parle également des rapports entre des segments découpés par des parallèles non équidistantes).